

Introduction

Le comportement sismique d'un ouvrage dépend du mouvement sismique imposé par le sol, de la réponse dynamique de l'ouvrage, du comportement des fondations pendant et après le séisme, ainsi que de la capacité de résistance de la superstructure. Les caractéristiques du sol jouent un rôle important sur les trois premiers aspects.

On entend généralement, improprement, par interaction sol-structure l'étude du comportement d'une structure soumise à une sollicitation sismique. Littéralement, l'interaction sol-structure traduit la modification du mouvement du sol (ou de la structure) lors d'un séisme du fait la présence de l'autre composant (structure ou sol).

III.1. Notion d'Interaction Sol-Structure (ISS)

Dans le domaine du génie civil, l'objectif fondamental des analyses d'interaction sol-structure, est de déterminer l'influence réciproque du sol et de la structure sur leur comportement mécanique lors d'un séisme. Cette interaction est bien entendue plus ou moins importante suivant la nature du sol, les caractéristiques de l'ouvrage et son mode de fondation. La nécessité d'étudier la réponse sismique d'un ouvrage, en ne le considérant pas isolément mais comme partie intégrante d'un ensemble comprenant le sol et les structures avoisinantes, rend les analyses d'interaction sol-structure impérieuses pour une part grandissante d'ouvrages importants : ponts, barrages, centrales nucléaires, réservoirs de gaz naturel liquéfié.

III.2. Comportement Des Sols Sous Sollicitations Sismiques

Comportement général des sols Cette section présente le comportement des sols dans le domaine élastique et plastique, en utilisant la définition d'état limite. Puisque la résistance au cisaillement des sols joue un rôle crucial dans la réaction de ce médium face au chargement latéral d'une fondation profonde, une attention particulière y a été portée. Ainsi, une présentation du comportement en cisaillement des matériaux sera d'abord élaborée, suivie d'une revue du comportement du sol à l'intérieur, puis à l'extérieur de l'état limite. Finalement, le critère de Mohr-Coulomb, utilisé pour définir la rupture du sol, sera présenté.

III.2.1. Comportement élastique du sol

Il ressort des constatations expérimentales, le sol ne peut être représenté par un modèle élastique, tout au moins sur une plage de déformations étendue. L'étude du comportement du sol à l'intérieur de son domaine d'élasticité est cependant importante car il existe une gamme de problèmes pour lesquels ce modèle est valable : c'est le cas des vibrations des massifs de machines bien conditionnés, des sollicitations sismiques de faible amplitude comme celles engendrées lors des essais géophysique ...[Pecker.84]

III.2.2. Comportement élasto-plastique du sol

La prise en compte d'un comportement élasto-plastique parfait du sol lors d'une expansion de cavité a été étudiée depuis de nombreuses années et des solutions analytiques ont été proposées à ce sujet. Une comparaison des principaux travaux effectués dans ce sens a été faite par Normand (1992). Le sol est très souvent considéré élastique parfaitement plastique. Sachant qu'un sol s'écrouit, cette hypothèse surestime les déformations effectivement observées au cours d'un essai. Une autre hypothèse simplificatrice très souvent utilisée dans le calcul concerne l'incompressibilité du matériau. Cette hypothèse est valide dans le cas d'un chargement rapide pour un sol fin, mais elle est moins évidente dans le cas d'une sollicitation lente. Néanmoins, ces approches permettent de calculer des caractéristiques élastiques (G par exemple) ou de rupture du sol par l'intermédiaire de la pression limite atteinte au cours d'un essai. D'autres travaux réalisés par Ladanyi (1962,1963), Bagueline et al.[chap3]

III.2.3. Description expérimentale

Une description complète du comportement des sols est obtenue si, partant d'un état d'équilibre caractérisé par un champ de contrainte σ et un champ de déformation ε , il est possible de déterminer le nouvel état de déformation correspondant à l'application d'un incrément de contrainte $d\sigma$. La relation entre champ de contrainte et de déformation constitue la loi de comportement.

III.2.4. Définition de la déformation élastique et de la déformation plastique

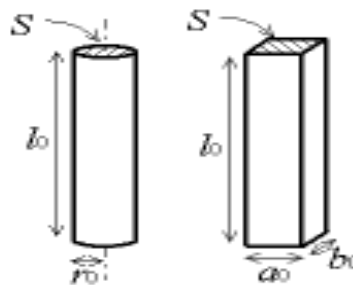
La déformation élastique

En physique, l'élasticité est la propriété d'un matériau solide à retrouver sa forme d'origine après avoir été déformé. La déformation élastique est une déformation réversible. Un matériau solide se déforme lorsque des forces lui sont appliquées. Un matériau élastique retrouve sa forme et sa taille initiales quand ces forces ne s'exercent plus, jusqu'à une certaine limite de la valeur de ces forces.

On utilise deux modèles de déformation élastique : la **traction-compression** et le **cisaillement**

$$\sigma = \frac{F}{S} = \varepsilon * E$$

$$\text{Et } \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \quad \sigma = \frac{l_0 - l * E}{l_0} \dots \dots \dots \text{(III.1)}$$

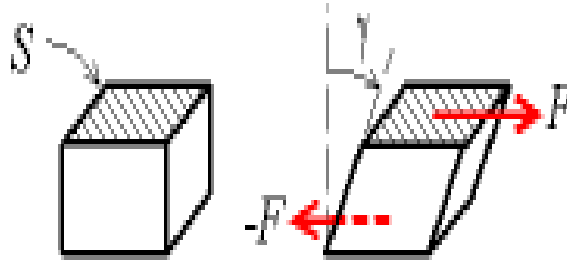


Fig(III.1) : Essai traction-compression

$$\tau = G. \gamma \dots \dots \dots \text{(III.2)}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \dots \dots \dots \text{(III.3)}$$

γ : L'angle de déformation.



Fig(III.2) : Essai de cisaillement

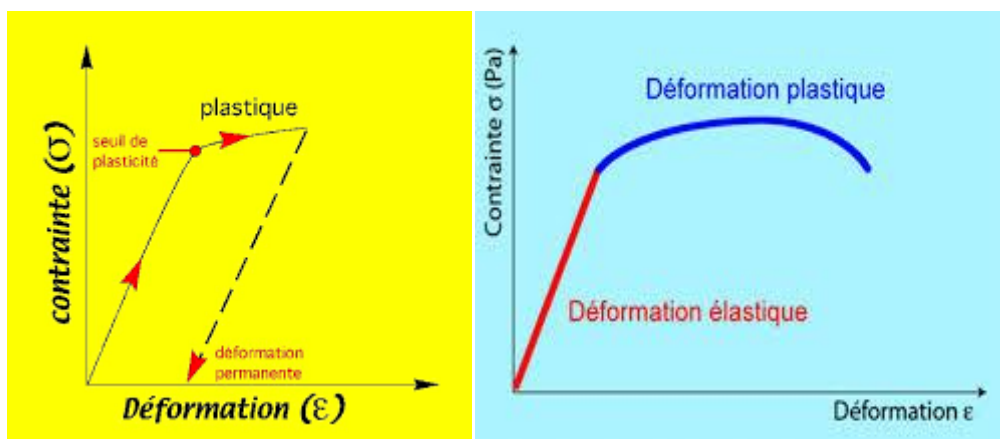
Déformation plastique

La déformation plastique est la déformation irréversible d'un objet.

Lorsque l'on sollicite une pièce, un objet (on le tire, on le comprime, on le tord...), celui-ci commence par se déformer de manière réversible (déformation élastique), c'est-à-dire que ses dimensions changent, mais il reprend sa forme initiale lorsque la sollicitation s'arrête. Certains matériaux, dits fragiles, cassent dans ce mode de déformation si la sollicitation est trop forte.

Courbe de traction d'un essai de traction interrompu dans le domaine plastique.

Déformation élastique ε_e et déformation ε_e



Fig(III.3) : Courbe de déformation plastique et déformation élastique

III.2.5. Caractéristiques dynamique des sols

III.2.5.1. Détermination de τ_{max}

Il faut connaître la résistance ultime en cisaillement du sol τ_{max} , afin d'estimer la déformation unitaire de référence γ_r . **Fig(III.4)** montre un élément de sol soumis simultanément à une contrainte effective σ'_0 et à une contrainte effective horizontale $K_0\sigma'_0$ ou K_0 représente le coefficient de pression des terres repos.

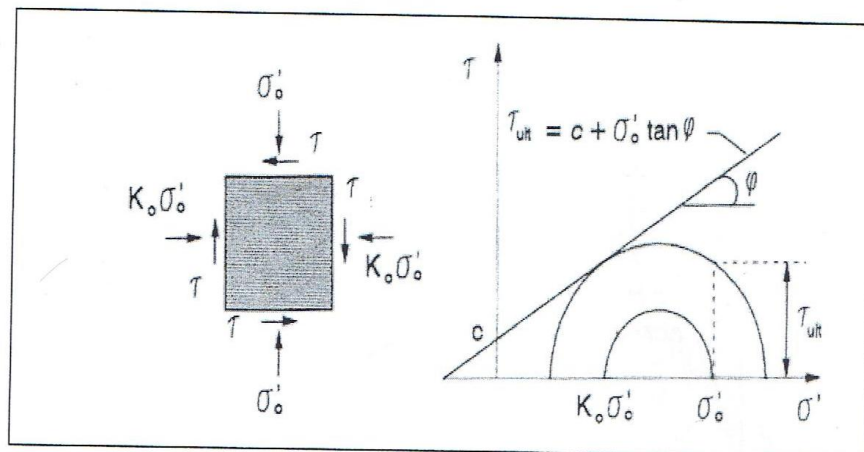
La résistance en cisaillement de cet élément de sol τ_{max} s'établit par l'intersection entre le cercle de Mohr correspondant à l'état de contrainte relatif et la droite de rupture de critère de Mohr-coulomb.

Par géométrie, on peut déduire une expression pour la résistance ultime en cisaillement τ_{max} du sol.

$$\tau_{max} = \left\{ \left[\frac{1}{2} (1 + K_0) \sigma'_0 \sin \varphi' + C' \cos \varphi' \right]^2 - \left[\frac{1}{2} (1 - K_0) \sigma'_0 \right]^2 \right\}^{1/2} \dots \dots \dots (III.4)$$

Ou C' : cohésion effective du sol.

φ' : Angle de frottement effectif du sol.



Fig(III.4) : Définition de la résistance max en cisaillement τ_{max} du sol

III.2.5.2. Module de cisaillement maximum

En se basant sur un grand nombre d'essais en laboratoire, la relation donnant le module de cisaillement maximum G_{max} , pour rappeler qu'il n'est applicable qu'aux faibles déformations, proposée par la plupart des autres pour les sols pulvérulents, est de forme :

$$G_{max} = k \frac{P_a}{F(e)} \left[\frac{\sigma'_m}{P_a} \right]^n \dots\dots\dots (III.5)$$

K, n : Des constantes dépendent du matériau.

P_a : Pression atmosphérique.

σ'_m : Contrainte moyenne effective.

$F(e)$: fonction dépendant de l'indice des vides du sol, proposée par Hardin(1978) a la forme :

$$F(e) = 0,3 + 0,7e^2 \quad \text{avec : } 0,4 \leq e \leq 1,2$$

$$G_{max} = k \frac{(OCR)^K}{F(e)} P_a \left[\frac{\sigma'_m}{P_a} \right]^n \dots\dots\dots (III.6)$$

Indice de plasticité du sol I_p	Valeur de k
0	0
20	0.18
40	0.30
60	0.41
80	0.48
≥ 100	0.50

Tableau(III.1) : valeur de k [Belhadad,12]

OCR : Rapport de sur consolidation

k : Exposant qui dépend de l'indice de plasticité du sol I_p .

III.2.5.3. Amortissement hystérétique dans le sol

Le modèle d'amortissement hystérétique est utilisable pour traiter les réponses harmoniques de structures avec des matériaux viscoélastiques. Le coefficient d'amortissement hystérétique η est déterminé à partir d'un essai sous chargement cyclique harmonique à la pulsation ω pour lequel on obtient une relation contrainte-déformation qui permet de définir :

- l'énergie dissipée par cycle sous la forme :

$$E_{d=\int_{cycle} \sigma d\varepsilon}$$

Le module d'Young complexe E^* à partir de relation contraintes-déformations :

$\sigma = \sigma_0 e^{j\omega t}$ et $\varepsilon = \varepsilon_0 e^{j(\omega t + \varphi)}$ avec σ_0 et ε_0 les amplitudes, φ la phase.

$$E^* = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} e^{j\varphi} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} (\cos\varphi + j\sin\varphi) \text{ ou } E^* = E_1 + jE_2 = E_1 + (1 + j\eta)E_1$$

Avec $E_1 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} (\cos\varphi)$ = partie réelle et $E_2 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} (\sin\varphi)$ = partie imaginaire

$$\eta = \frac{E_2}{E_1} = \tan\varphi = \text{facteur de dissipation.}$$

Le coefficient d'amortissement critique β max en fonction du type de sol considéré, du nombre de cycles de chargement N et de sa fréquence f **Tableau (III.2)**.

Type de sol	β max (%)
Sable sec et propre	$33 - 1.5 \log N$
Sable propre et saturé	$28 - 1.5 \log N$
Argile saturé	$31 - (3 - 0.03f (\sigma_m/\text{Pa})^{0.5} / 1.5f^{0.5} - 1.5 \log N)$

Tableau (III.2) : coefficient d'amortissement critique β max. (Black.1984)

N : Nombre de cycle de chargement.

σ_m : Contrainte moyenne effective (Kg/cm²).

f : Fréquence moyenne du chargement(HZ).

III.2.6. Lois de comportement

La loi de comportement est une relation liant le tenseur de contrainte σ , le tenseur de déformation ε et leur incrément $d\sigma$ et $d\varepsilon$. En général, pour les sols, le temps n'intervient pas dans l'expression de la loi de comportement **Fig(III.5)**. La formulation de la loi de comportement est obtenue dans le cadre d'une théorie donnée : élasticité, visco-élasticité, élasto-plasticité...

III.2.6.1. Loi élastique linéaire

Le comportement élastique peut être linéaire : le tenseur des déformations est alors Proportionnel au tenseur des contraintes au cours des sollicitations. Ce type de comportement a été découvert par Robert Hooke, qui publia la loi qui porte son nom en 1678 dans *De Potentia Restituta* cité par Mestat, (1993). La relation contrainte – déformation est linéaire, Caractérisée par deux paramètres : un module d'élasticité axiale d'Young (E) dans le cas d'un essai de compression ou traction simple, ou un module de cisaillement (G) pour un essai de cisaillement simple **Fig(III.1)** et le coefficient de Poisson ν .

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad G = \frac{\tau}{\gamma}$$

III.2.6.2. Méthode équivalente linéaire

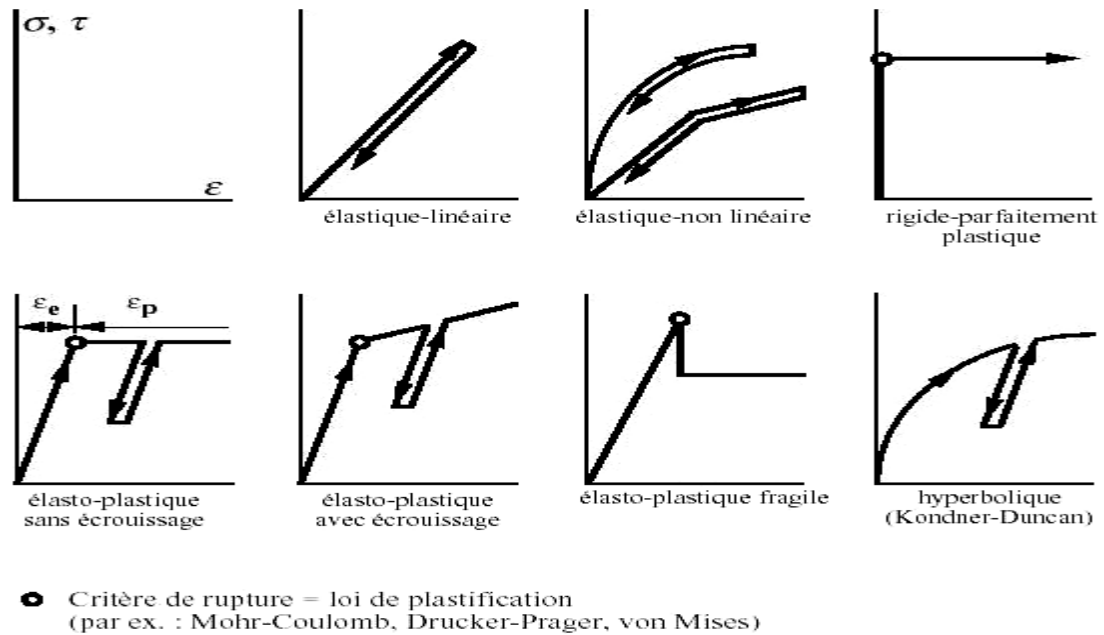
Historiquement, l'existence de déformations plastiques ou permanentes a été mise en évidence par Coulomb, qui publia en 1784 un mémoire intitulé *Recherches théoriques et expérimentales sur la force de torsion et sur l'élasticité des fils de métal* cité par Mestat, (1993). Ce type de comportement macroscopique est caractéristique de la plupart des solides (métaux, bétons, sols et roches). Au niveau microscopique, l'origine des déformations permanentes dépend du matériau. Dans le cas des sols, elles proviennent de la modification de l'assemblage des particules solides.

Les lois de comportement utilisées couramment par les ingénieurs sont des lois élastoplastique composées d'une élasticité linéaire isotrope ou anisotrope, d'un critère de plasticité et d'un potentiel plastique. [Belhadad,12]

III.2.6.3. Les lois non linéaires

. La loi de comportement élastique linéaire est très simple à introduire dans le calcul numérique avec un seul module de déformation « E ». Toutefois, cette approche produit de mauvais résultats car la plupart des simulations prennent en compte seulement un module élastique constant au sein du massif de sol.

Une autre approche consiste à faire l'hypothèse d'un domaine purement élastique avant l'atteinte de la plasticité, avec deux modules E_1 et E_2 caractérisant le domaine élastique et le domaine plastique permettant de mieux modéliser le comportement en élasticité et en plasticité. Suivant le niveau de déformation de l'ouvrage (inférieur à ε_p ou supérieur ε_p), le modélisateur va décider de prendre le module de déformation qui correspond à son calcul. Les expériences montrent que cette approche donne des résultats satisfaisants si le niveau de déformation se trouve totalement soit dans le domaine élastique (inférieur à ε_p), soit dans le domaine plastique (supérieur ε_p).



Fig(III.5) : Lois de comportement [Belhadad,12]

III.3. Modalisation de l'interaction Sol-Structure

III.3.1. Les phénomènes physiques dus à l'interaction sol-structures

L'interaction entre la structure et le sol de fondation est un phénomène important en chargement sismique. La charge sismique sur une structure est appliquée à travers son sol de fondation sous forme d'ondes. Pour déterminer cette charge pour laquelle la structure doit être conçue, la modélisation du système sol-structure nécessite la prise en compte des caractéristiques géométriques et dynamiques de la structure, du sol de fondation et l'interface entre ces deux dernières.

L'interaction sol-structure est importante pour le cas des structures telles que les barrages, les ouvrages d'art, les bâtiments de grande hauteur, les réacteurs nucléaires, réservoirs de gaz naturel liquéfié (GNL) etc..., qui doivent être conçus pour résister aux séismes.

III.3.1.1. Interaction cinématique et interaction inertielle

III.3.1.1.1. Interaction cinématique

Cette interaction induit un filtrage parfois significatif du mouvement sismique lors de son transfert au bâtiment mais occasionne des rotations des d'ensemble de la fondation dont l'effet sur l'ouvrage doivent être étudiés. La réponse de la fondation sans superstructure au mouvement sismique indice fournit au concepteur les efforts d'inertie nécessaire au dimensionnement de l'ouvrage. Enfin, dans le cas de fondation superficielles et d'ondes à incidence verticale, il n'y pas d'Interaction cinématique et le mouvement de la fondation superstructure est égale au mouvement du sol sans ouvrage.

III.3.1.1.2. Interaction inertielle

La définition de l'interaction inertielle réside dans le fait d'inclure la masse de la structure, qui va induire des efforts d'inerties et des moments supplémentaire à la base de la structure et donc dans le sol, ce qui aura pour conséquence de modifier encore une fois le champ de déplacement.

Par ailleurs, le mouvement induit sur la fondation développe des oscillations de la superstructure et donc donne naissance à des d'inertie qui sont retransmises à la fondation sous forme de force et de moments.

II.3.1.2. L'amortissement radiatif

Une autre source d'amortissement prend naissance par la transmission de la vibration à des distances plus ou moins grandes dans le sol. En effet une partie importante de l'énergie de mouvement se fait évacuer à l'extérieur du system (structure et sol entourant) à travers les ondes en propagation vers l'infini. Ce type d'amortissement est connu par l'amortissement radiatif (ou géométrique). Sa prise en compte d'une manière rigoureuse en interaction dynamique sol-structure, nécessite une analyse rationnelle de la propagation d'onde dans le sol .il est à notre enfin que l'amortissement radiatif en fonction de la fréquence de vibration.

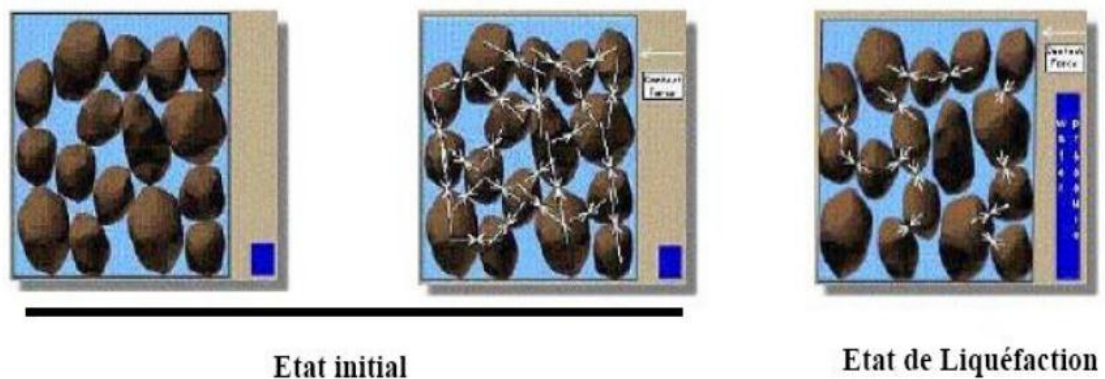
L'amortissement géométrique est directement associable à l'effet de dissipation d'énergie par rayonnement lors de la propagation des ondes dans le sol.

III.3.1.3. La liquéfaction des sols

La liquéfaction est un phénomène qui se produit sous sollicitation sismique (éventuellement, en bord de mer sous l'effet de la houle ou par suite d'une activité sismique). Le passage d'une onde sismique provoque, dans certaines formations géologiques, la perte de résistance d'un matériau sableux saturé en eau dans un état lâche, liée à une augmentation de la pression interstitielle engendrée par les déformations cycliques. La déconsolidation brutale du matériau se traduit par la déstructuration du sol, rendant particulièrement instables les constructions reposant sur ces formations. Le phénomène de liquéfaction concerne certaines formations géologiques, Définies par :

- leur nature : sables, limons, vases
- leur cohésion : formations peu compactes
- leur degré de saturation en eau : la formation doit être saturée en eau
- leur granulométrie : granulométrie uniforme, comprise entre 0,05 et 1,5 mm.

Phénomène de la liquéfaction dans lequel la résistance au cisaillement d'un sol est réduite par les secousses d'un séisme ou d'un autre chargement rapide. La liquéfaction se produit dans les sols pulvérulents saturés d'eau ; la présence d'eau provoque une pression interstitielle sur les particules de sol, ce qui fait la diminution des contraintes effectives régnant dans le sol et donc une diminution de sa résistance au cisaillement qui, à l'état ultime, peut devenir nulle. [Mekerbi.09]



Fig(III.6) : Phénomène de l'liquéfaction à l'échelle microscopique



: Représente la force de contact entre la particule.



: Représente le niveau de la pression interstitielle.

III.3.2. Fonctions d'impédance

L'impédance est l'élément de liaison entre le sol et la structure qui permet l'interaction entre les deux parties. Une fondation soumise à une charge complexe $P = P_0 e^{i\omega t}$ est similaire à un oscillateur à un degré de liberté dont le déplacement complexe est

$$u(t) = u_0 e^{(i\omega t + \varphi)} \text{ Ainsi, on a :}$$

$$u(t) = \frac{P}{K}$$

K est l'impédance dynamique qui modélise l'interaction de la structure avec le sol sur lequel Elle repose. Par définition, l'impédance est le quotient de la force appliquée à la fondation par le déplacement résultant] et est une fonction de la pulsation de vibration : $K = f(i\omega)$.

L'impédance peut être représentée par un ensemble de ressorts et d'amortisseurs. Une fondation rigide possède six degrés de liberté, donc la matrice d'impédance est de dimension (6_6). Si la fondation est de forme quelconque, les différents degrés de liberté sont couplés et la matrice d'impédance est pleine. Si la fondation possède des symétries, certains termes de couplage qui sont hors diagonale disparaissent.

L'impédance dynamique K s'écrit sous la forme :

$$K = \bar{K}(\omega) + i\omega C(\omega)$$

On peut aussi l'écrire sous la forme :

$$K = K_s[k(\omega) + ia_0C(\omega)]$$

Avec :

ω : Pulsation

K_s : rigidité statique

$\bar{K}(\omega) = K_s k(\omega)$: rigidité dynamique

$C(\omega) = \frac{K_s B_c(\omega)}{V_s}$: amortissement

V_s : vitesse de propagation de l'onde de cisaillement

$$a_0 = \frac{B\omega}{V_s} \quad \text{avec } V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

G : module de cisaillement transversal

$k(\omega)$: coefficient de rigidité

$c(\omega)$: coefficient d'amortissement

Les coefficients a_0 , k et c sont sans dimension et dépendent de la pulsation .

III.3.3. Formulation d'un problème d'interaction sol-structure

Il est utile de formuler de façon générale le problème d'interaction sol-structure. Cette formulation est orientée vers un traitement par éléments finis du problème tel que le recours aux méthodes numériques est pratiquement inévitable.

Désignant par, M, C, K les matrices de masse, amortissement et rigidité du système,

L'équation du mouvement s'écrit :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = Q_f \dots\dots\dots(\text{III.7})$$

Comme la source du mouvement (foyer du séisme) n'est généralement pas incluse dans la modèle, le vecteur de charge Q_f n'a de valeurs non nulles que sur la frontière extérieure du modèle. Le déplacement total de la structure est défini par : **Fig(III.7)**

Posant : $U = U_l + U_f$

On décompose le problème en deux sous problèmes : Problème de réponse du sol en champ libre

$$M_f\ddot{U}_f + C_f\dot{U}_f + K_f U_f = Q_f \dots\dots\dots(\text{III.8})$$

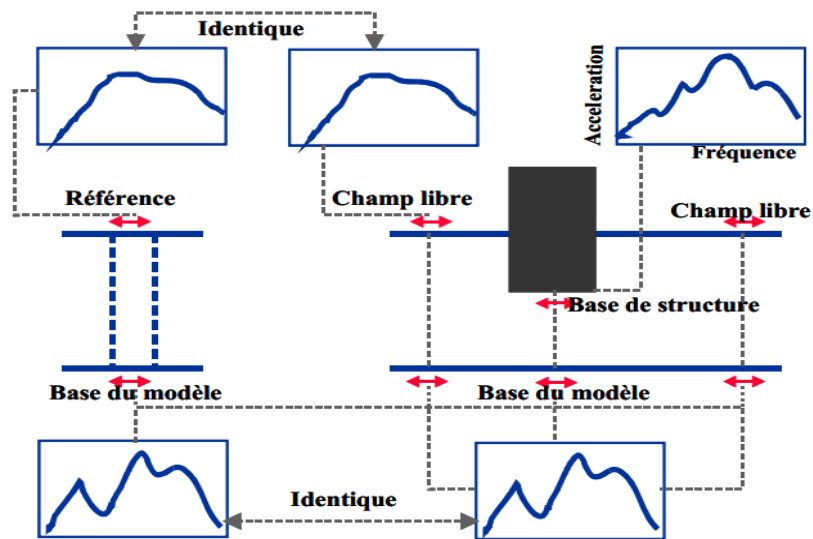
Problème source :

$$M_i\ddot{U}_i + C_i\dot{U}_i + K_i U_i = -Q_i \dots\dots\dots(\text{III.9})$$

Avec :

$$Q_i = [M - M_f]\ddot{U}_f + [C - C_f]\dot{U}_f + [K - K_f]U_f \dots\dots\dots(\text{III.10})$$

A partir de cette dernière équation, on conclue qu'il y a interaction dès qu'il y a différence de masse ou de raideur entre le sol et la structure



Fig(III.7) : Schématisation d'un problème sol structure en éléments finis

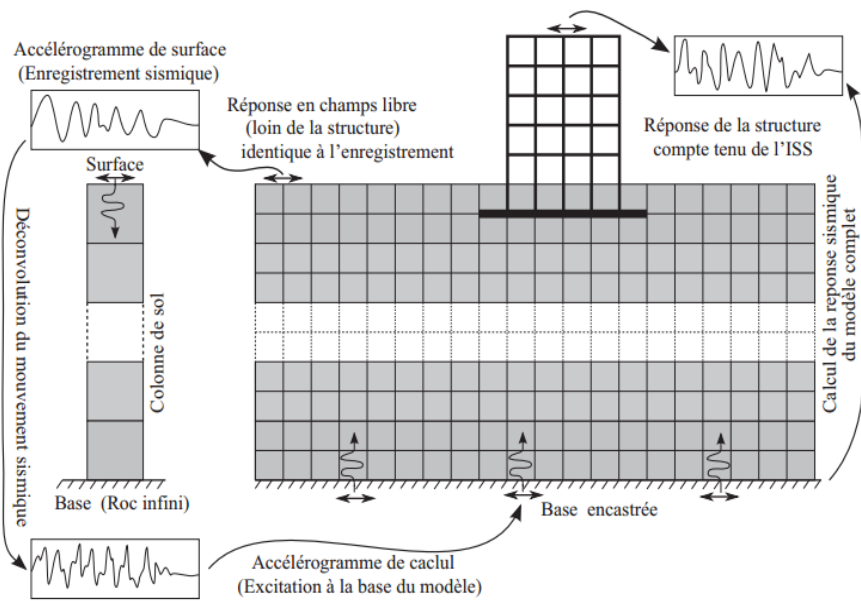
III .3.4. Les différentes méthodes pour prendre en compte l'ISS

Différentes méthodes existent pour prendre en compte l'ISS. Elles sont décrites et détaillées dans [11, 12,13] ou. Nous allons les présenter brièvement dans ce paragraphe.

III .3.4.1 Les méthodes directes (Méthodes globales)

Les méthodes globales sont celles conduisant à une détermination simultanée du mouvement dans le sol et dans la structure. Le problème à résoudre est celui défini par l'équation (III.7). La mise œuvre pratique de telles solution est illustrée sur la suivants :

Elles nécessitent le dé convolution en champs libre du mouvement de contrôle défini à la surface du sol. Le mouvement calculé à la base du modèle imposé à la base du système sol-structure **Fig(III.8)**. [Pecker.84]



Fig(III.8) : Modélisation de l'ISS par le méthode globale [Seghir,11]

III .3.4.2. Les méthodes de sous-structures

La méthode de sous-structure se compose en deux parties. La première consiste à calculer l'accélérogramme en champ libre, sans considérer la structure. La deuxième partie consiste à utiliser cet accélérogramme en champ libre pour analyser la structure ayant sa base couplée avec un système de ressort et d'amortisseur qui modélisent la comportement du sol près de fondation **Fig(III.6)** .

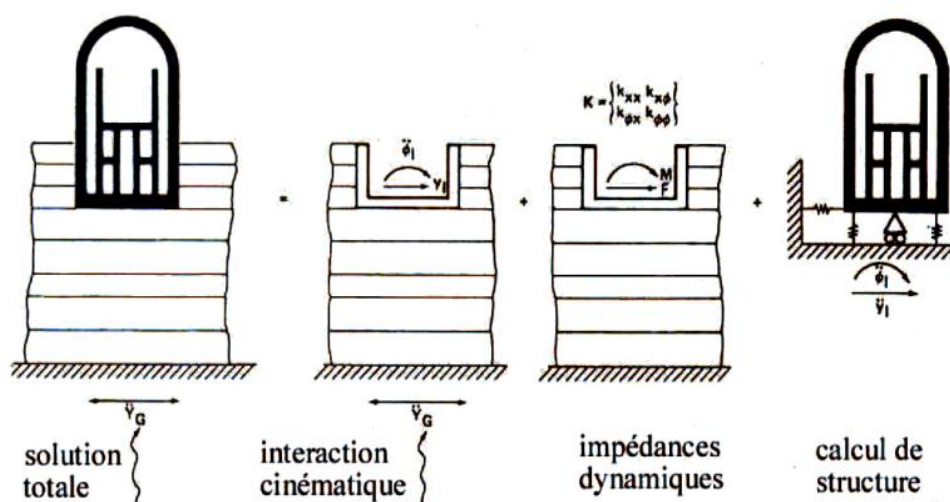
Les méthodes indirectes, quand elles appliquées en analyse dynamique en interaction sol-structure, constituent à remplacer le domaine du sol semi-infini par des ressorts et des amortisseurs, dont les coefficients, définis sous formes matricielles, sont appelés fonction d'impédance. Elles sont définies pour la zone de contact de la fondation avec le sol.

Dans la méthode de sous-structure, la fondation est modélisée par une plaque rigide limitée par un semi-espace-infini auquel la structure du sol est directement couplée, Les coefficients de la plaque, indépendants fréquence, sont incorporés dans l'équation du mouvement.

Les méthodes sous-structure sont répandues être faciles l'emploi, de moindre coût, et permettant dans le cas de modification d'une partie de la structure de ne traiter que la partie en question : ce qui constitue un avantage par rapport aux méthodes globales. [Pecker.84]

Les méthodes de sous-structures, contrairement aux méthodes directes, se basent sur la décomposition du problème global en plusieurs sous-problèmes plus simples à traiter avant de faire appel au principe de superposition afin d'obtenir les résultats globaux. Il est à noter que ces méthodes, comme tout problème de superposition, ne sont applicables que pour des problèmes entièrement linéaires.

L'approche, en utilisant le principe de superposition de [Kausel et al., 1978] illustré dans la **Fig(III.9)** pour le cas des fondations rigides, consiste en trois étapes successives.



Fig(III.9) : Principe de superposition de Kausel [Zhang.12]

Premièrement, nous effectuons une analyse de l'interaction cinématique. Nous considérons la sous-structure comportant le massif de sol et la fondation rigide sans masse. A partir du mouvement sismique à la base du massif de sol, nous déduisons l'accélération au niveau de l'interface sol-fondation. De nombreuses études ont été effectuées dans la littérature proposant des méthodes analytiques et numériques notamment celle des équations intégrales afin de résoudre ce premier problème.

Deuxièmement, nous réalisons une analyse de l'interaction inertielle de façon à déterminer l'impédance dynamique de la fondation. Cette impédance caractérise les efforts

dynamiques imposés à la fondation sans masse lorsqu'elle est soumise à une sollicitation harmonique d'amplitude unitaire. Les fonctions d'impédances complexes qui dépendent de la fréquence de la sollicitation appliquée sont calculées pour chacun des six degrés de liberté (trois translations et trois rotations) de la fondation. La partie réelle correspond à la raideur du système sol fondation, alors que la partie imaginaire représente l'amortissement radiatif.

Troisièmement, nous déterminons la réponse dynamique de la structure reliée au massif de sol par l'intermédiaire des ressorts d'impédances calculés dans la deuxième étape et soumise à la sollicitation sismique déduite de la première étape. La résolution de ce problème reste classique et utilise souvent la méthode des éléments finis. [Zhang.12]

Les différentes méthodes de sous-structure se différencient par la décomposition en sous modèles du modèle global : on distingue les méthodes dites de frontière et les méthodes de volume. [Pecker.84]

Méthodes de frontière

Ces méthodes ont été développées par CHOPRA-GUTIEREZ(1973), KAUSEL et al (1978)

La modèle globale sol-structure est divisé en deux sous-modèles représentant la structure et le sol (fig suivant), la compatibilité des efforts et déplacement est écrite le long de frontière séparant les deux sous-structures. Avec les notations de la (fig suivant), les différentes équations d'équilibres s'écrivant :

➤ Structure

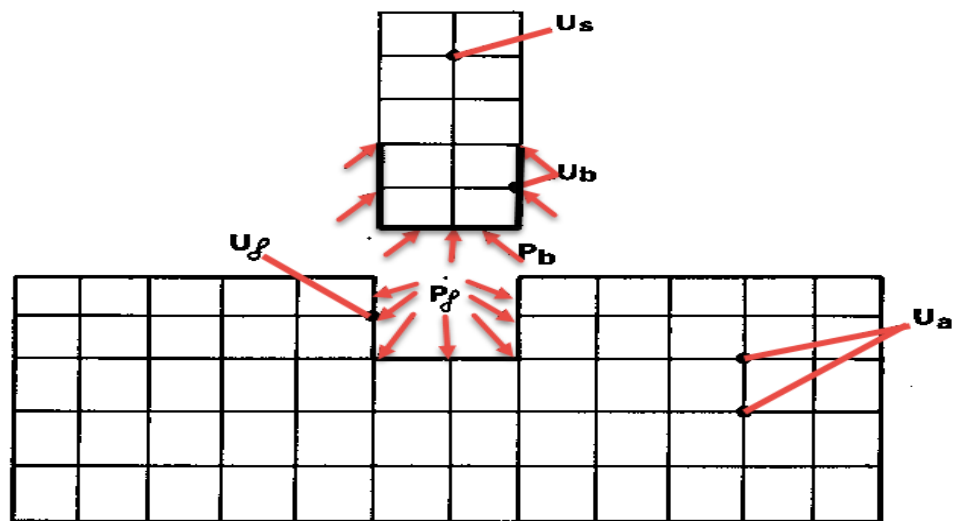
$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_s \\ \bar{U}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{ss} & k_{sb} \\ k_{bs} & k_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_s \\ U_B \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ P_b \end{Bmatrix} OL \dots \dots \dots (III.11)$$

sol

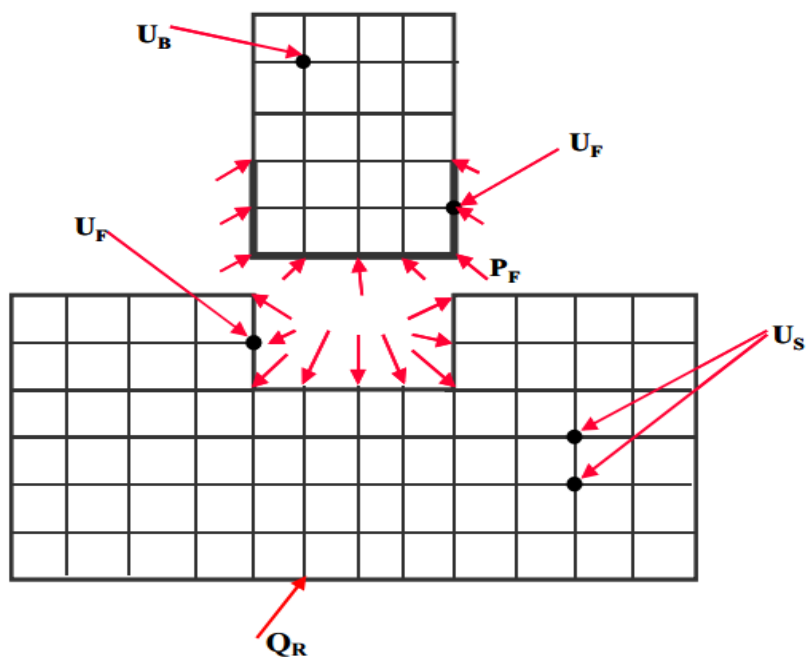
$$\begin{bmatrix} m_f & 0 \\ 0 & m_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{U}_s \\ \ddot{U}_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{ff} & k_{fa} \\ k_{af} & k_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_f \\ U_a \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} -P_b \\ 0 \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (III.12)$$

Dans les équations précédents [m][k] ont les signification usuelles des matrices de masse et de radiateur et [U] représente la vecteur des déplacements absolus. Pour alléger la présentation, les termes d'amortissements ont été par la suite, les solutions numériques sont obtenues, pour les méthodes sous-structure, par intégration dans le domaine des

fréquences : l'amortissement matériel est alors incorporé aux systèmes en formant les matrices de raideur à partir des module complexe.



Fig(III.10) : Méthode de sous structure : Méthode de Frontière



Fig(III.11) : Schématisation d'une méthode de sous structure

a-1) Frontière rigide :

Si la fondation est rigide le champ des déplacements de celle-ci peut s'exprimer en termes d'un mouvement de corps rigide défini par rapport à un point quelconque, par exemple son centre

$$\{\ddot{u}_b\} = [T]\{\ddot{u}_0\} \dots \dots \dots (III.13)$$

$[T]$: est la matrice de transformation

$\{\ddot{u}_0\}$: Le vecteur des déplacements et rotations du centre de la fondation.

De même, les forces nodales $\{\tilde{p}_b\}$ sont reliées aux forces et moments appliqués à la fondation en son centre:

$$\{\tilde{p}_b\} = [T]^T \{\tilde{p}_0\} \dots \dots \dots (III.14)$$

Avec ces définitions l'équation prend la forme :

$$-\omega^2[M] + \begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sb} \cdot T \\ [T]^T K_{bs} & [T]^T (K_{bb} + S_f) T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_s^* \\ \ddot{u}_0^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ [T]^T S_f \ddot{u}_f^* \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (III.15)$$

L'examen de cette dernière équation montre que la matrice

$K = T S_f T$ est la matrice d'impédance d'une fondation rigide contenant les raideurs complexes du sol, dépendante de la fréquence; $[T]^T S_f \ddot{u}_f^*$ est le vecteur contenant les résultantes des forces fictives $S_f \ddot{u}_f^*$.

Le système étant constitué par la structure reliée aux impédances complexes du sol, (III.15) montre que la réponse du système peut être obtenue en appliquant, à son support, un mouvement défini par :

$$K^{-1} [T]^T S_f \ddot{u}_f^* = [T]^T S_f \ddot{u}_f^* \dots \dots \dots (III.16)$$

Ainsi, dans l'hypothèse d'une fondation rigide, il est pertinent de scinder le problème global en trois sous-problèmes :

a) Détermination du mouvement d'une fondation rigide sans masse soumise à la sollicitation sismique; cette étape représente la solution de l'équation (III.12)

b) Détermination de la matrice d'impédance de la fondation l'équation(III.14);

c) Calcul de la réponse dynamique de la structure reliée à la matrice d'impédance et sujette à son support au mouvement d'interaction cinématique équation(III.15)

Dans la mesure où la fondation est parfaitement rigide, cette démarche est rigoureusement identique à celle conduisant à la résolution du système global en une étape. Cette décomposition est connue sous le nom de théorème de superposition de Kausel et est illustrée sur la Fig(III.5). Son intérêt apparaît clairement s'il est possible de simplifier une des trois étapes du calcul.

a-2) Frontière flexible :

Dans le cas général, la fondation n'est pas infiniment rigide, le problème à résoudre est plus complexe. La structure, reliée aux impédances de sol, est soumise à un système de sollicitations multiples à chacune de ses liaisons avec le sol. En principe, la résolution des trois mêmes étapes précédentes est nécessaire :

- Diffraction du champ libre ;
- Impédance ;
- Réponse de la structure.

Mais chacune est plus complexe que dans le cas d'une fondation rigide. En particulier, on ne peut plus avoir recours à des solutions publiées pour la détermination des impédances.

b- Méthodes de volume :

L'interaction entre le sol et la structure est prise en compte, non seulement à l'interface sol structure, mais à tous les nœuds de la structure sous la surface du sol [11] Fig (III-8):

On désigne par $[A]$ la matrice : $[A] = [K] - \omega^2 [M]$, les équations d'équilibre des sous structures sont :

Sol :

$$\begin{pmatrix} a_{ff} & a_{fg} & a_{fb} \\ a_{gf} & a_{gg} & a_{gb} \\ a_{bf} & a_{bg} & a_{bb} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} U_f \\ U_g \\ U_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_f \\ Q_g \\ Q_B \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(\text{III.17})$$

• *Structure (moins sol excavé):*

$$\begin{pmatrix} a_{ss} & a_{si} \\ a_{is} & a_{ii} - a_{ff} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} U_s \\ U_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -Q_f \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(\text{III.18})$$

Pour les limites extérieures du modèle suffisamment éloignées de la structure, le mouvement du champ libre est défini par :

$$\begin{pmatrix} a_{ff} & a_{fg} & a_{fb} \\ a_{gf} & a_{gg} & a_{gb} \\ a_{bf} & a_{bg} & a_{bb} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} U_f^* \\ U_g^* \\ U_b^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_f \\ Q_g \\ Q_B \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(\text{III.19})$$

Par soustraction des équations (III.17) et (III.19), et par condensation aux f degrés de liberté, on obtient :

$$\{Q_f\} = [X_f] \{U_f - U_f^*\} \dots\dots\dots(\text{III.20})$$

A la fin, l'équation de mouvement de la structure est donnée par

$$\begin{pmatrix} a_{ss} & a_{si} \\ a_{is} & a_{ii} - a_{ff} + X_f \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} U_s \\ U_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -Q_f U_f^* \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(\text{III.21})$$

avec $[X_f]$ la matrice d'impédance du sol.

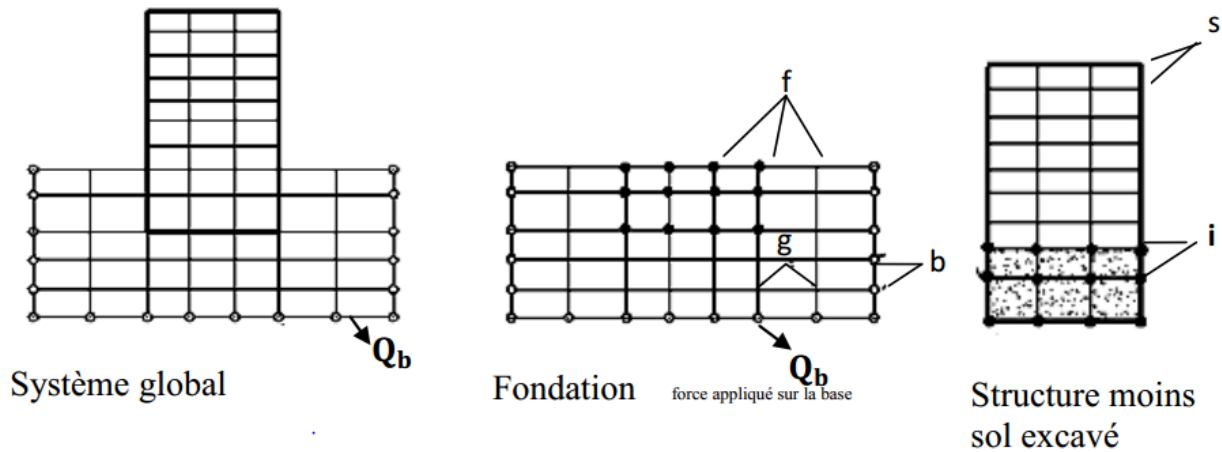


Fig (III.12): Méthode des sous-structures : Méthode de volume.

La solution du problème d'interaction a été réduite aux 3 étapes suivantes :

1. Détermination de la réponse en champ libre.
2. Détermination de la Matrice d'impédance.
3. Détermination de la réponse dynamique de la structure.

Conclusion

S'il est certain que les modèles tels que celui présenté ci-dessus représentent un progrès fondamental dans l'appréhension du comportement des sols, leur mise en œuvre pour les applications pratiques reste extrêmement limitée. Pour ces dernières, le modèle viscoélastique linéaire équivalent, est le plus couramment employé.

La formulation générale du problème d'interaction sol-structure est proposée dans le cadre de l'élasticité linéaire. La décomposition du problème général complexe a permis de simplifier l'analyse en éléments plus simples de l'interaction : en sol-fondation et fondation structure.